

Théorie des Graphes

Université Libanaise
Faculté des Sciences
License Informatique
2ème année – S3

Distance et connexité

Semaine 4

Plan

- Distance dans les graphes
- Concepts de connexité

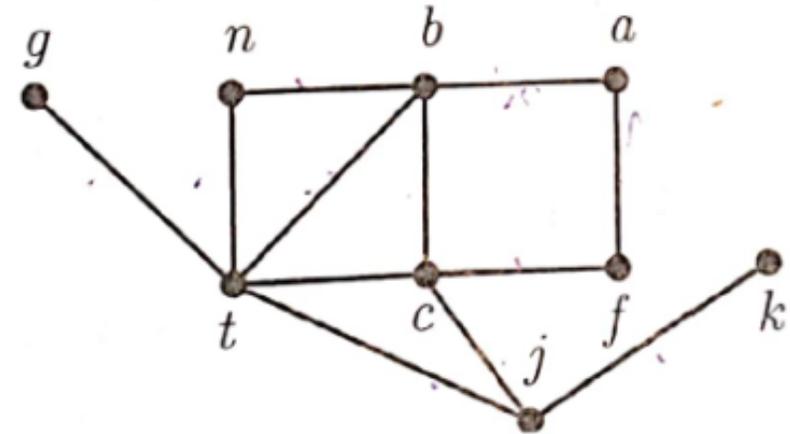


Distance dans les graphes

Question 0

Considérez le graphe G suivant.

1. Déterminez l'excentricité de chaque sommet.
2. Déterminez $rad(G)$ et $diam(G)$.
3. Déterminez $C(G)$ et $P(G)$.
4. Trouvez tous les chemins radiaux et tous les chemins diamétraux dans G .
5. Trouvez tous les sommets excentriques du sommet f .
6. Trouvez toutes les paires de sommets mutuellement excentriques.
7. Déterminez quelles paires de la partie 6 sont antipodales.
8. Quels sommets seraient les meilleurs candidats pour une installation d'urgence si le graphe modélisait une communauté dans un problème d'emplacement d'installation?



Distance dans les graphes

Question 0

Considérez le graphe G suivant.

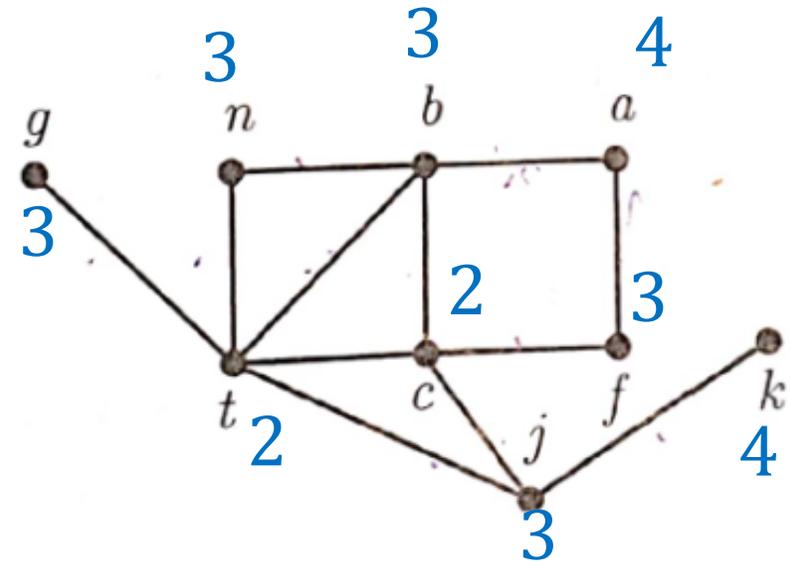
1. Déterminez l'excentricité de chaque sommet.

2. Déterminez $rad(G)$ et $diam(G)$.

$$rad(G) = 2 \quad diam(G) = 4$$

3. Déterminez $C(G)$ et $P(G)$.

$$C(G) = \{c, t\} \quad P(G) = \{a, k\}$$



Distance dans les graphes

Question 0

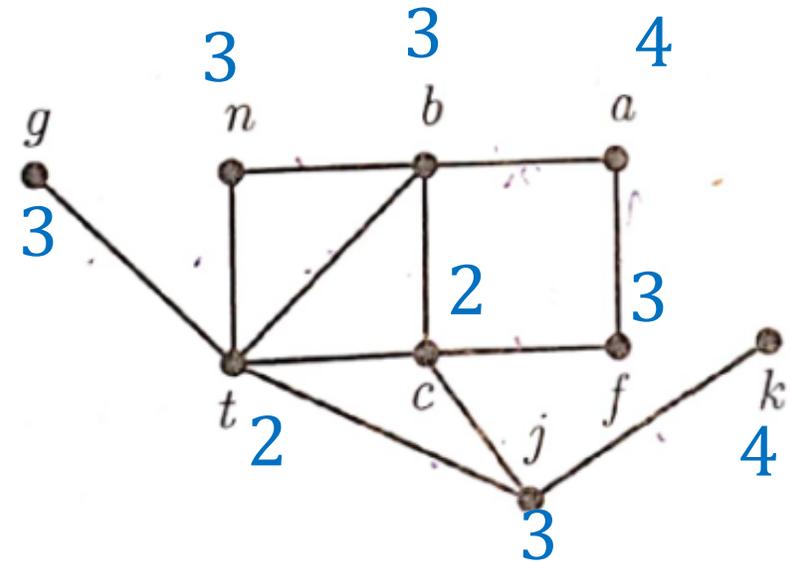
Given the following graph G .

4. Trouvez tous les chemins radiaux et tous les chemins diamétraux dans G .

c, b, a *c, t, g* *t, b, a* *a, b, c, j, k*
c, b, n *c, t, n* *t, c, f* *a, b, t, j, k*
c, f, a *t, j, k* *a, f, c, j, k*
c, j, k

5. Trouvez tous les sommets excentriques du sommet f .

g, k et n



Distance dans les graphes

Question 0

Considérez le graphe G suivant.

6. Trouvez toutes les paires de sommets mutuellement excentriques.

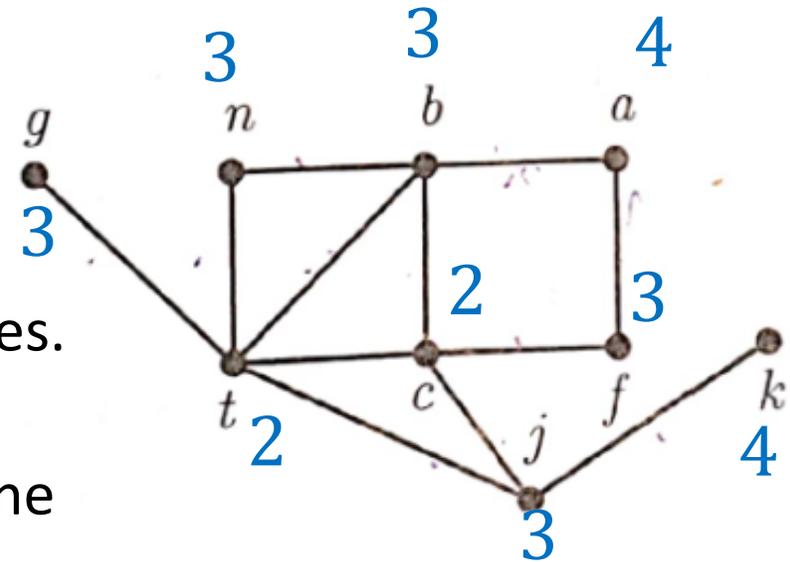
f et g, f et n, a et k

7. Déterminez quelles paires de la partie 6 sont antipodales.

a et k

8. Quels sommets seraient les meilleurs candidats pour une installation d'urgence si le graphe modélisait une communauté dans un problème d'emplacement d'installation?

c et t

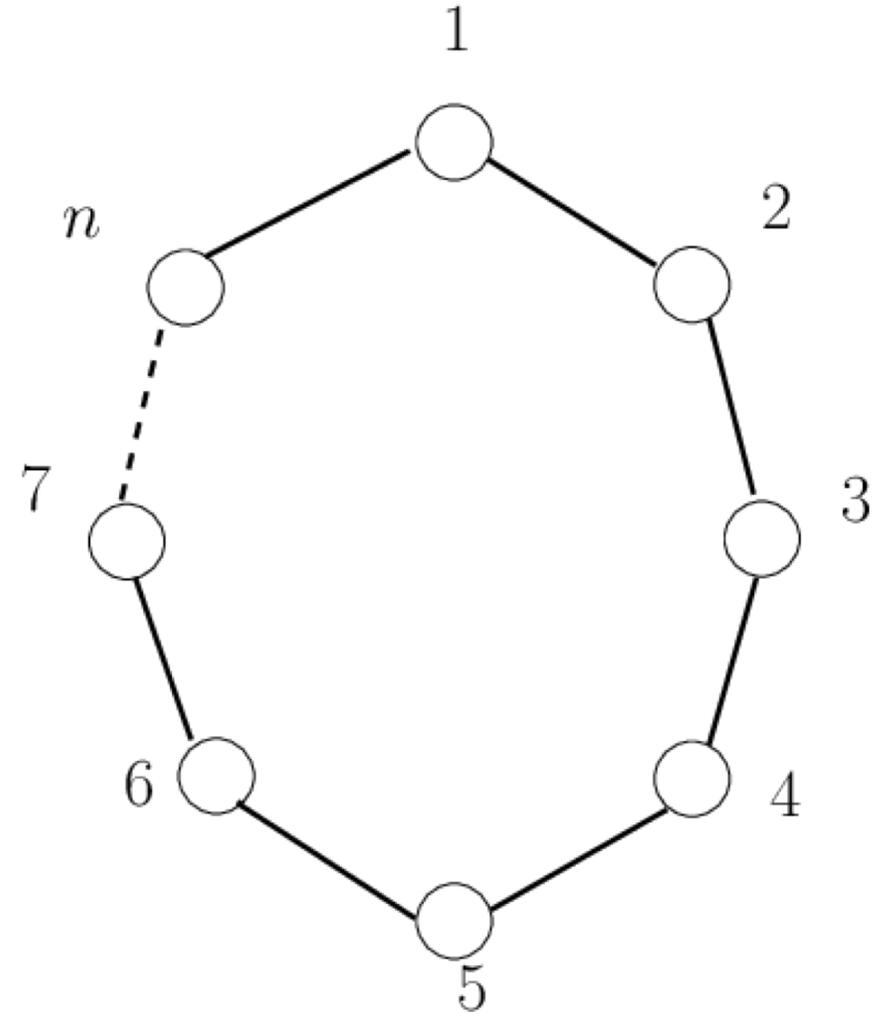


Distance dans les graphes

Question 1

Étant donné un sommet v de C_n , trouvez $e(v)$.

Montrez que v a un ou deux sommets excentriques, selon la parité de n .



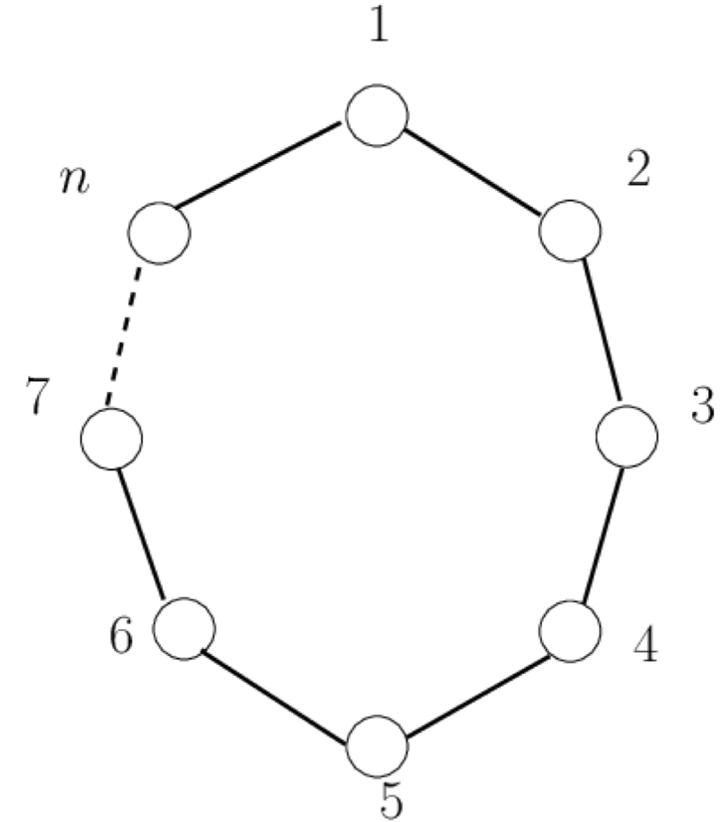
Distance dans les graphes

Question 2

Trouvez le rayon et le diamètre de C_n .

Faire de même pour P_n .

Montrez que le centre de P_n consiste de un sommet ou bien de deux sommets adjacents, selon la parité de n .



Distance dans les graphes

Question 3

Soit H un sous-graphe couvrant de G .

Donnez un exemple de G et H pour lequel $rad(H) = rad(G)$, tandis que $diam(H) > diam(G)$

Distance dans les graphes

Question 4

Montrez que $C(C_n) = V(C_n)$; c'est-à-dire montrez que le centre d'un cycle se compose de tous ses sommets.

Un graphe avec cette propriété est appelé **autocentré** . (Vraiment!)

Trouvez une autre classe de graphes autocentrés.

Distance dans les graphes

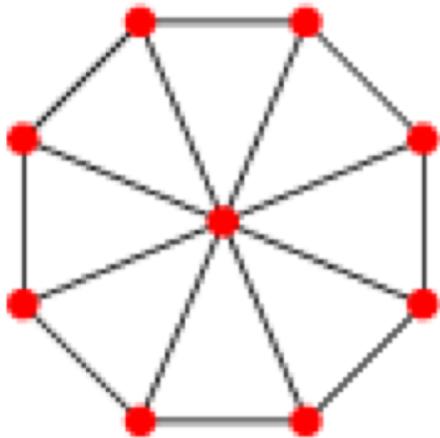
Question 5

Dessinez des graphes qui ne sont pas centrés sur eux-mêmes, c'est-à-dire $C(G) \neq V(G)$, et dont les centres sont constitués d'un, deux, trois ou quatre sommets. Étendez ceci à n sommets.

Distance dans les graphes

Question 6

Montrez que la roue $W_{1,n}$ a un arbre couvrant avec un sommet central, et a également, un arbre couvrant avec deux sommets centraux.



$W_{1,n}$

Distance dans les graphes

Question 7

Soit G et H des graphes, dont aucun n'est complet.

Montez que $\text{diam}(G + H) = 2$.

Pourquoi devons-nous stipuler que ni G ni H ne soit complet?

Distance dans les graphes

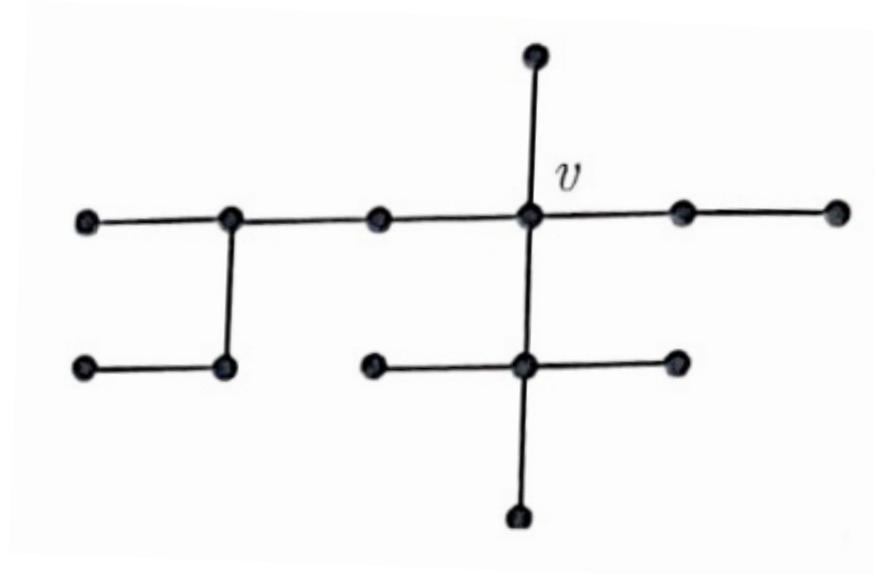
Question 8

Montrez que la jointure sequentielle de tous graphes G , H et J , on a $\text{diam}(G + H + J) = 2$.

Distance dans les graphes

Question 9

Trouvez le poids de chaque sommet dans le graphe suivant. Trouvez le centroïde.



Distance dans les graphes

Question 10

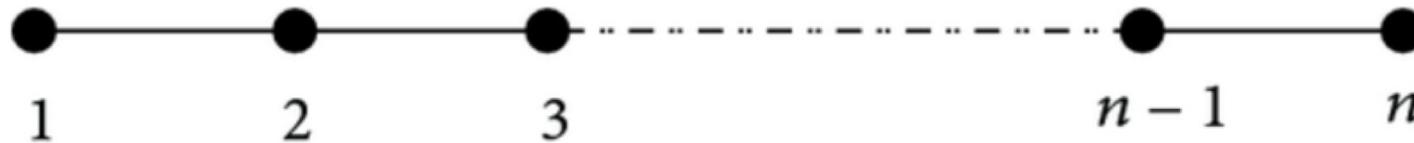
Trouvez le poids de chaque sommet dans le graphe suivant.



Distance dans les graphes

Question 11

Étiquetez les sommets de P_n consécutivement à partir d'un sommet d'extrémité en utilisant les nombres $1, 2, 3, \dots$. Déterminez maintenant le poids du sommet i pour $1 < i \leq n$.



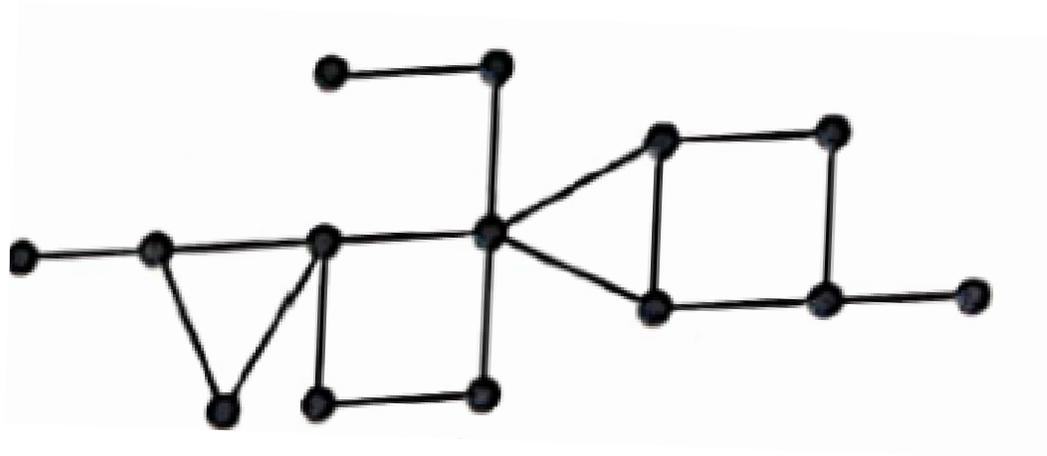
Plan

- Distance dans les graphes
- Concepts de connexité



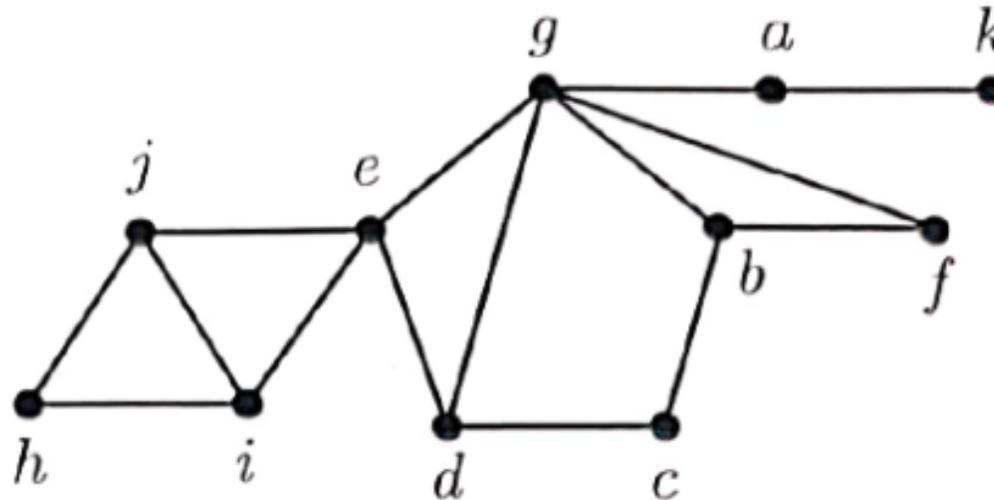
Concepts de connexité Question 12

Trouvez tous les points d'articulation et les ponts pour le graphe suivant.



Concepts de connexité Question 13

Trouvez tous les points d'articulation et les ponts pour le graphe suivant.



Concepts de connexité Question 14

Déterminez $\kappa(G)$ et $\lambda(G)$ pour l'octaèdre $\overline{K_2} + C_4$

Concepts de connexité Question 15

Trouvez une coupe minimale de taille 5 et deux coupes minimales de taille 6 pour le graphe suivant.

