

# Théorie des Graphes

Université Libanaise  
Faculté des Sciences  
License Informatique  
2ème année – S3

# Introduction aux graphes et à leurs utilisations

Semaine 2

# Plan

- Graphes comme modèles
- Sous-graphes et types de graphes
- Graphes isomorphes
- Opérations sur les graphes



# Graphes comme modèles

## Question 1

Soit  $G$  le graphe avec l'ensemble de sommets  $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  et l'ensemble d'arêtes  $E(G) = \{ab, ac, ae, af, be, ce, ef, fg\}$ .

1. Dessinez une représentation géométrique du graphe  $G$ .
2. Supposons que les sommets de  $G$  représentent des personnes, et que deux sommets soient adjacents si les personnes correspondantes sont des amis. Trouvez deux groupes de trois amis communs.
3. Listez les degrés des sommets de  $G$ .
4. Vérifiez le théorème d'Euler pour le graphe que vous avez dessiné.

# Graphes comme modèles

## Question 2

Expliquez pourquoi il est impossible que la liste des degrés des sommets d'un graphe soit

- 5,4,2,2,2,1,1
- 10,6,3, 2,2, 1,1,1

# Graphes comme modèles

## Question 3

- Tracez un graphe 3-régulier sur six sommets.

# Graphes comme modèles

## Question 4

- Expliquez pourquoi il n'y a pas de graphe 3-régulier sur sept sommets.

# Plan

- Graphes comme modèles
- Sous-graphes et types de graphes
- Graphes isomorphes
- Opérations sur les graphes





# Sous-graphes et types de graphes

## Question 5

- Décrivez tous les graphes 2-réguliers (connectés et déconnectés).

# Sous-graphes et types de graphes

## Question 6

- Pourquoi est ce que  $K_n$   $(n - 1)$ -regulier?

# Sous-graphes et types de graphes

## Question 7

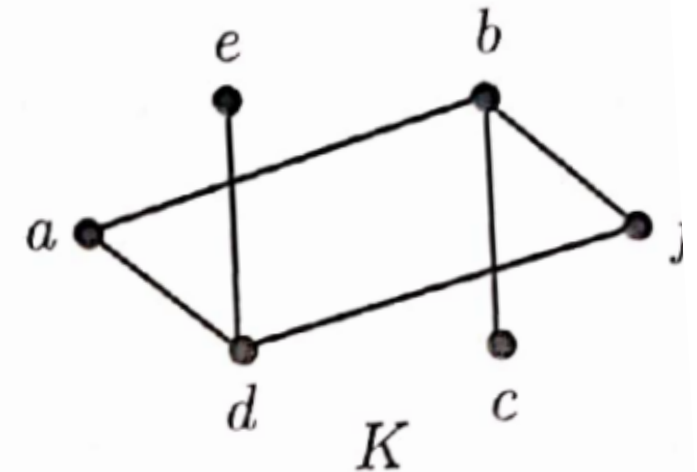
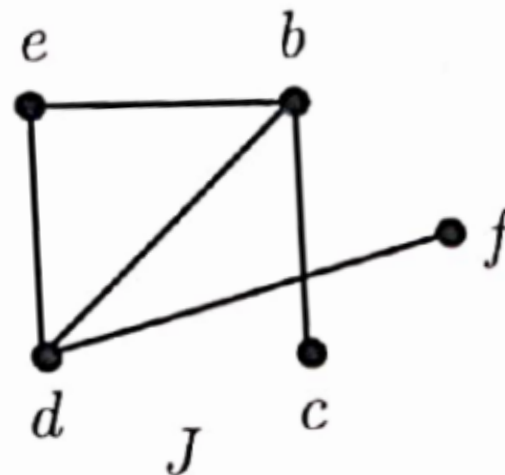
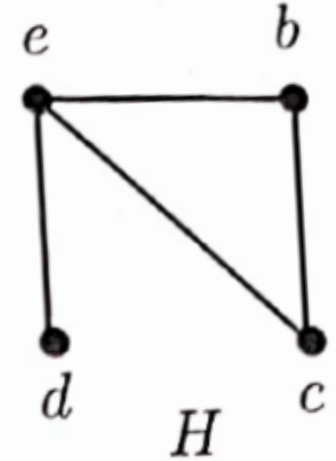
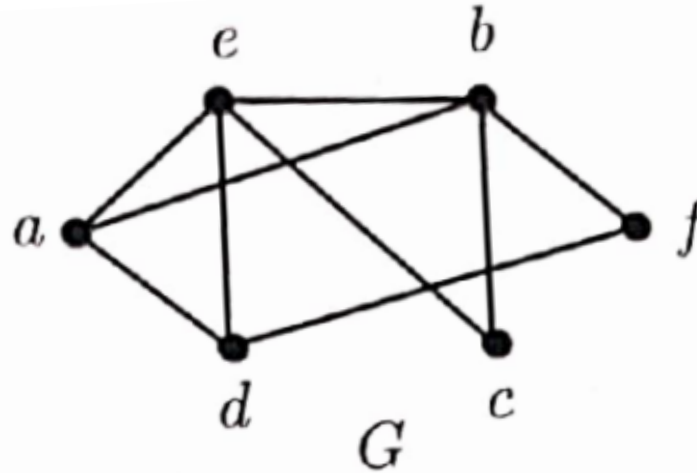
Déterminez le nombre d'arêtes dans chacun des graphes suivants sans dessiner réellement les graphes.

1.  $K_{14}$
2.  $K_{9,6}$
3.  $P_{25}$
4.  $C_{80}$
5.  $K_{1,19}$

# Sous-graphes et types de graphes

## Question 8 – partie 1

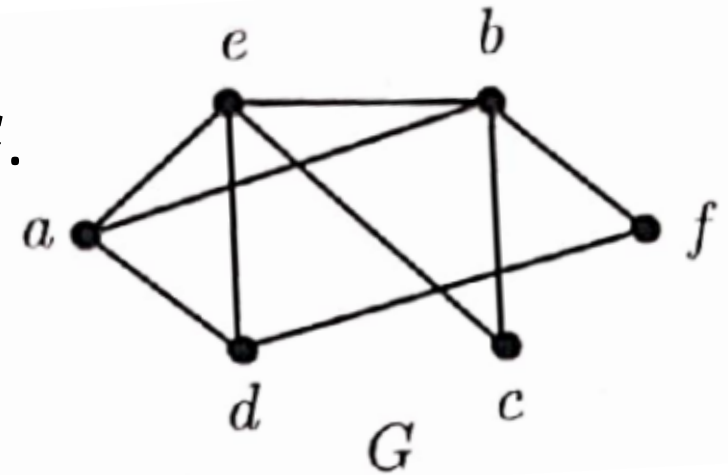
- Déterminez lesquels des graphes suivants sont des sous-graphes du graphe  $G$ . Explique.
- Lesquels des graphes sont des sous-graphes induits du graphe  $G$ ? Explique.



# Sous-graphes et types de graphes

## Question 8 – partie 2

- Trouvez toutes les chaînes  $a - f$  de longueur 4 dans  $G$ .
- Lesquelles des chaînes trouvées sont élémentaires?
- Trouvez une chaîne simple  $a - f$  de longueur 6 dans  $G$ .
- Pourquoi n'y a-t-il pas de chaînes élémentaires  $a - f$  de longueur 6 dans  $G$ ?
- Trouvez toutes les géodésiques entre  $b$  et  $d$  dans  $G$ .



# Plan

- Graphes comme modèles
- Sous-graphes et types de graphes
- Graphes isomorphes
- Opérations sur les graphes



# Graphes isomorphes

## Question 9

- Tracez le graphe ayant la séquence de degrés 2 1 1 0.

# Graphes isomorphes

## Question 10

- Montrez que la séquence  $3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3$  est graphique. Ensuite, dessinez deux graphes avec cette séquence de degrés, l'un connexe et l'autre non connexe.



# Graphes isomorphes

## Question 11

- Montrer que  $C_4$  et  $K_{2,2}$  sont isomorphes.

# Plan

- Graphes comme modèles
- Sous-graphes et types de graphes
- Graphes isomorphes
- Opérations sur les graphes



# Opérations sur les graphes

## Question 12

- Dessinez la roue  $W_{1,6}$ .

# Opérations sur les graphes

## Question 13

- Combien d'arêtes a  $W_{1,n}$ ?

# Opérations sur les graphes

## Question 14

- Considérons  $K_3$  avec les sommets  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Maintenant, obtenez un nouveau graphe,  $A$ , en ajoutant deux sommets supplémentaires,  $r$  et  $s$ , et des arêtes  $ra$  et  $sb$ . Montrez que  $A$  est auto-complémentaire.

# Opérations sur les graphes

## Question 15

- A quel graphe familier est  $K_m + K_n$  isomorphe?